

A fizika háziverseny 4. fordulójának megoldásai

8. osztály:

- 1) Kezdősebesség nélkül induló, egyenletesen gyorsuló test mozgása 3. másodpercében 1 m-t tesz meg. Mekkora a gyorsulása? Mennyi utat tesz meg az első 10 másodpercben?

Egyenletesen gyorsuló mozgásnál az egyes másodpercekben megtett utak úgy aránylanak egymáshoz, mint a páratlan számok, ezért $s_1 : s_3 = 1 : 5$. Ha a 3. másodpercben megtett út 1 m, akkor tehát a test az első másodpercben $\underline{s_1 = 0,2 \text{ m}}$ utat tesz meg. Az útképlet szerint pedig $0,2 \text{ m} = a \cdot 1\text{s}^2 / 2$, amiből $\underline{a = 0,4 \text{ m/s}^2}$.

- 2) Egy laborban 40 g 7%-os alkoholra van szükség. 4%-os és 11%-os alkohol áll rendelkezésre. Melyikből mennyit keverjenek össze, hogy a szükséges oldatot megkapják?

Összekeveréskor az egyes oldatok alkoholtartalma összeadódik. Ha a 4%-os oldatból x g-ot veszünk, akkor a 11%-osból $(40\text{g} - x)$ g-ot kell venni. Így 40 g 7%-os oldatot kapunk. Ez egyenletbe foglalva:

$$0,04 x + 0,11 (40 \text{ g} - x) = 0,07 \cdot 40 \text{ g}.$$

Az egyenlet megoldása $\underline{x \approx 22,857 \text{ g}}$. A másik oldatból $40 \text{ g} - x \approx \underline{17,143 \text{ g}}$ -ot kell vennünk.

- 3) 6 dm^3 térfogatú, 800 kg/m^3 sűrűségű téglatest úszik a vízen. Alsó lapja közepére fonállal egy fémdarabot akasztunk ($\rho_{\text{fém}} = 7880 \text{ kg/m}^3$). Mekkora lehet e test tömege, hogy a rendszer még ne süllyedjen el?

Legyen a keresett tömeg m . A rendszer akkor nem süllyed el, ha a két test súlya összesen nem nagyobb, mint a rájuk ható maximális felhajtóerő. Ezt egyenlettel felírva:

$$V_1 \rho_1 g + m g = V_1 \rho_{\text{viz}} g + (m / \rho_2) \rho_{\text{viz}} g.$$

A g kiesik, behelyettesítve az adatokat és rendezve az egyenletet, kapjuk, hogy

$$1,2 \text{ kg} \approx 0,8731 \text{ m}. \text{ Ebből a keresett tömeg } \underline{m \approx 1,3744 \text{ kg}}.$$

Megjegyzés. Több versenyző a kért tömegű test *térfogatát* számolta ki (helyesen), de nem adta meg a *tömegét*. Erre természetesen nem kaphatták meg a teljes pontszámot. Ügyeljünk tehát, hogy a feladatok megoldása után arra válaszoljunk, amit a feladat kért.

- 4) $4,5 \text{ V}$ -os áramforrásra sorba kapcsoltunk egy 20Ω -os és egy 45Ω -os ellenállást. Ha a 45Ω -ossal párhuzamosan bekötünk még egy ismeretlen ellenállást is, a rendszer összes teljesítménye 16% -kal nő. Mekkora az ismeretlen ellenállás?

Amíg az ismeretlen ellenállást nem kötötték be, addig a rendszer eredő ellenállása $R_{e1} = R_1 + R_2 = \underline{65 \Omega}$, és az összes teljesítmény $P_1 = U^2 / R \approx \underline{0,3115 \text{ W}}$.

Amikor bekapcsolják az ismeretlen ellenállást, akkor a teljesítmény $P_2 = 1,16 P_1 \approx \underline{0,3614 \text{ W}}$ -ra nő.

Most is ugyanaz a bekapcsolt feszültség, mint előbb, de megváltozott a rendszer eredő ellenállása. Ezt is ki tudjuk számolni a $P_2 = U^2 / R_{e2}$ egyenletből; az eredmény $\underline{R_{e2} \approx 56,034 \Omega}$. Ebből kivonva a 20Ω -ot, megkapjuk a két párhuzamosan kapcsolt ellenállás eredőjét, az $\underline{R_e \approx 36,034 \Omega}$ -ot.

A két párhuzamosan kapcsolt ellenállás egyikét ismerjük, az 45Ω . Már csak azt kell kiszámolni, hogy ezzel mekkora R_x ellenállást kapcsoltak párhuzamosan, hogy az eredő $36,034 \Omega$ legyen.

$$\text{Az } \frac{1}{R_x} + \frac{1}{45 \Omega} = \frac{1}{36,034 \Omega} \text{ egyenletből } \underline{R_x \approx 180,86 \Omega}.$$

10. osztály:

- 1) Egy test egyenletesen lassulni kezd, sebessége 52 m úton 18%-kal csökken. Mennyi a teljes fékút?

Mivel a mozgás egyenletesen lassul, amíg a v_0 sebesség 18%-kal, azaz $0,82 v_0$ -ra csökken, a teljes t fékezési idő 18%-a, $0,18 t$ idő telik el. A teljes fékút – mivel egyenletesen változó mozgásnál a kezdő- és végsebesség átlagával számolhatunk – $s = v_0 t / 2$. Ezt kell meghatároznunk.

De ugyanígy a fékezés elején megtett 52 m utat is fel tudjuk írni:

$$52 m = \frac{v_0 + 0,82 v_0}{2} \cdot 0,18 t, \text{ és ebből kifejezhető } s = \frac{v_0 t}{2} = \frac{52 m}{1,82 \cdot 0,18} = \underline{\underline{158,7 m}}.$$

- 2) Két egyforma golyót 1,24 m hosszú, súlytalannak tekinthető rúd köt össze, amely $1/4$ -énél lévő vízszintes tengely körül elfordulhat. Labilis egyensúlyi helyzetből indulva lebillen a rendszer. Mekkora a golyók sebessége, amikor a rúd vízszintes?

Legyen a helyzeti energia 0 szintje a forgástengely magasságában, és legyen a rúd hossza l , a két tömeg egyenként m . A rendszer tömegközéppontja a kiinduló állásban $l/4$ magasságban van, a rendszer potenciális energiája tehát $l/4 m g$. Ez fog átalakulni a két golyó mozgási energiájává; egyenlettel (figyelembe véve azt is, hogy a két tömeg körmozgást végez, és pályájuk sugara $l/4$, illetve $3 l/4$, azaz kerületi sebességük között fenáll: $v_2 = 3 v_1$):

$$\frac{2 m g l}{4} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{m v_2^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{m (3 v_1)^2}{2} = 5 m v_1^2$$

m-mel egyszerűsítve és kiszámolva azt kapjuk, hogy $v_1 = \sqrt{\frac{g l}{10}} \approx \underline{\underline{1,113 \text{ m/s}}}$.

- 3) 10 cm oldalú, belül üres vas kocka folyadékba merül ($\beta_{\text{foly}} = 0,001 \text{ 1/}^\circ\text{C}$), és 18°C -on 1 cm magas része áll ki a folyadékból. Mekkora része áll ki, ha a hőmérséklet 70°C -ra nő?

A kocka x mélységbe merül, s így (állandó) súlya és a rá ható felhajtóerő egyenlő. Ha az egész rendszert felmelegítjük, csökken a folyadék sűrűsége is, a kocka átlagsűrűsége is; ezért változik a bemerülés mélysége. Kezdetben tehát fennáll: $m g = 0,9 V_0 \rho_0 g$. Ha melegítés után a kocka magasságának x -szerese van a folyadékban, akkor $m g = x V \rho g$. Felmelegítve a folyadék sűrűsége $\rho = \rho_0 / (1 + \beta \Delta t)$ lesz, a kocka térfogata pedig $V = V_0 (1 + 3\alpha \Delta t)$. Ezeket figyelembe véve tehát

$$0,9 V_0 \rho_0 g = x V_0 (1 + 3\alpha \Delta t) \frac{\rho_0}{1 + \beta \Delta t} g, \text{ vagy egyszerűsítve } 0,9 = \frac{x(1 + 3\alpha \Delta t)}{1 + \beta \Delta t}. \text{ Innen } \underline{\underline{x \approx 0,945}}.$$

Mivel az eredetileg 10 cm oldalú kocka oldala most $10 \text{ cm} (1 + \alpha \Delta t) \approx \underline{\underline{10,0061 \text{ cm}}}$, most ennek x -szerese, azaz $\underline{\underline{x' \approx 9,456 \text{ cm}}}$ van a folyadékban.

- 4) Mennyi lenne annak a hőerőgépnak a hatásfoka, amelyben kétatomos gázzal izobár és izochor folyamatokból álló körfolyamatot végeztetnénk, ha $p_1 = p_2 = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$; $t_1 = t_3 = 200^\circ\text{C}$; $V_1 = V_4 = 50 \text{ cm}^3$; $V_2 = V_3 = 120 \text{ cm}^3$?

A hatásfok kiszámításához szükségünk van a felvett és a leadott hőmennyiségre. Gay-Lussac törvényei szerint $T_4 \approx 238,75 \text{ K}$, $T_2 \approx 1375,2 \text{ K}$. A gáz a $4 \rightarrow 1$ és $1 \rightarrow 2$ szakaszon felvesz hőt, a másik kettőn lead.

A felvett hő $Q_{\text{fel}} = f/2 nR \Delta T_{41} + (f+2)/2 nR \Delta T_{12} = \underline{\underline{3007 nR J}}$,

a leadott pedig $Q_{\text{le}} = f/2 nR \Delta T_{23} + (f+2)/2 nR \Delta T_{34} = \underline{\underline{2621 nR J}}$. (nR is kiszámítható, de kiesik.)

Ezekkel a hatásfok: $\eta \leq \frac{Q_{\text{fel}} - Q_{\text{le}}}{Q_{\text{fel}}} = \frac{3007 nR - 2621 nR}{3007 nR} \approx 0,128$, tehát $\underline{\underline{\eta \leq 12,8 \%$.

Csaba G. T. M.